Mathematische Optimierung II — Prof. Dr. Dieter Rautenbach
Sommersemester 2004 — Sven Peyer

Übungsblatt 3

Aufgabe 1:
Beweisen Sie die Aussage (ii) von Satz 1.3.3 aus der Vorlesung.

(4 Punkte)

Aufgabe 2:
Beweisen Sie den Satz von Graver (1975) über die Existenz endlicher "Testmengen":
Gegeben seien $A \in \mathbb{Z}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$ und $c \in \mathbb{R}^n$. Zu dem ganzzahligen linearen Programm $\max\{c^T x \mid Ax \leq x, x \in \mathbb{Z}^n\}$ existiert eine endliche Menge $\{x^1, x^2, \ldots, x^N\}$ ganzzahliger Vektoren, so dass eine zulässige Lösung x^* genau dann optimal ist, wenn $c^T(x^* + x^k) \leq c^T x^*$ für alle $k = 1, 2, \ldots, N$ gilt, für die $x^* + x^k$ zulässig ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 3:
Zeigen Sie: Ist A total unimodular, so auch A^T und $[I \quad -I \quad A^T \quad -A^T]$.

(4 Punkte)

Aufgabe 4:
Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist:
Die Inverse einer regulären total unimodularen Matrix ist ebenfalls total unimodular.
Begründen Sie Ihre Antwort.

(3 Punkte)

b.w.

Aufgabe 5:
Sei U eine unimodulare $n \times n$-Matrix. Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$f \,:\, \mathbb{Z}^n \to \mathbb{Z}^n, \quad f(x) := Ux$$

bijektiv ist.

(2 Punkte)

Abgabe: bis Mittwoch, 12. Mai 2004, 16 Uhr beim Übungsleiter oder im Sekretariat.
Ankündigung: Die Vorlesungen am Dienstag, 11. Mai 2004, und Freitag, 14. Mai 2004, fallen aus. Die Übung am Freitag, 14. Mai 2004, findet aber wie gewohnt statt (12:00-13:30 Uhr).