Mathematische Optimierung II — Prof. Dr. Dieter Rautenbach
Sommersemester 2004 — Sven Peyer

Übungsblatt 6

Aufgabe 1:
Zeigen Sie die Existenz eines polynomiellen Algorithmus, der für eine ganzzahlige Matrix A und einen ganzzahligen Vektor b entweder eine ganzzahlige Lösung x von $Ax = b$ findet oder entscheidet, dass keine existiert.

(4 Punkte)

Aufgabe 2:
Zeigen Sie, dass die beiden Systeme

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x \leq 0$$

und

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x \leq 0$$

den gleichen Polyeder beschreiben und dass nur das erste System TDI ist.

(2 Punkte)

Aufgabe 3:
Zeigen Sie, dass $a^T x \leq \beta$ für $a \in \mathbb{Z}^n$ und $\beta \in \mathbb{Q}$ genau dann TDI ist, wenn alle Einträge von a relativ teilerfremd sind.

(3 Punkte)

Aufgabe 4:
Es sei $Ax \leq b$ TDI, $k \in \mathbb{N}$ und $\alpha > 0$ rational. Zeigen Sie, dass $\frac{1}{k}Ax \leq \alpha b$ TDI ist aber dass $\alpha Ax \leq \alpha b$ i.A. nicht TDI ist.

(3 Punkte)

(b.w.)

Aufgabe 5:
Zeigen Sie, dass eine ganzzahlige Matrix A genau dann total unimodular ist, wenn das System $Ax \leq b$, $x \geq 0$ für alle Vektoren b TDI ist.

(3 Punkte)

Abgabe: Dienstag, 8. Juni 2004, vor der Vorlesung.