

## Kombinatorik, Graphen, Matroide

### 6. Übung

1. Zeigen Sie, daß jeder Graph mit  $n$  Knoten und mehr als  $\frac{1}{2}n^{\frac{3}{2}}$  Kanten einen Kreis der Länge höchstens 4 besitzt. (4 Punkte)
2. Analog zu Einbettungen von Graphen in die Ebene kann man auch überschneidungsfreie Einbettungen in den Torus betrachten. Zeigen Sie, daß der  $K_7$  überschneidungsfrei in den Torus einbettbar ist. (4 Punkte)
3. Zeigen Sie, daß es genau fünf Platonische Körper gibt, d.h. daß es (bis auf Isomorphie) genau fünf 3-zusammenhängende reguläre planare Graphen gibt, deren Flächen alle von Kreisen derselben Länge berandet werden. (4 Punkte)
4. Welches ist das kleinste  $n$ , so daß es einen nichtplanaren einfachen Graphen  $G$  mit  $n$  Knoten gibt, dessen Komplement  $\bar{G}$  ebenfalls nicht planar ist? Dabei seien in  $\bar{G}$  zwei Knoten genau dann durch eine Kante verbunden, wenn sie in  $G$  nicht verbunden sind. (4 Punkte)

**Abgabe: Dienstag, den 1.6.2010, vor der Vorlesung.**