

## Lineare und Ganzzahlige Optimierung 7. Übung

1. Zeigen Sie für  $A \in \mathbb{Q}^{n \times n}$  die folgenden Aussagen:

(a)  $\text{size}(\det(A)) \leq 2\text{size}(A)$ .

(b) Wenn  $A$  regulär ist, gilt  $\text{size}(A^{-1}) \leq 4n^2\text{size}(A)$ . (2+1 Punkte)

2. Sei  $A := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ s & -1 \end{pmatrix}$  und  $b := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

Benutzen Sie den IDEALISIERTEN ELLIPSOID-ALGORITHMUS mit  $R = 2$ , um einen Vektor in  $P = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid Ax \leq b\}$  für  $s = -1$  bzw.  $s = -2$  zu berechnen. (4 Punkte)

3. Wir definieren  $\|A\| := \max_{\|x\|=1} \|Ax\|$  für  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , wobei  $\|\cdot\| : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  die gewöhnliche Euklidische Norm ist. Zeigen Sie:

(a)  $\|A\|$  ist eine Norm.

(b)  $\|aa^T\| = a^T a$

(c)  $\|A\| = \max\{x^T Ax \mid \|x\| = 1\}$  falls  $A$  positiv semidefinit ist

(d)  $\|A\| \leq \|A + B\|$  falls  $A$  und  $B$  positiv semidefinit sind. (1+2+2+1 Punkte)

4. Zeigen Sie  $|\det(A)| \leq \prod_{i=1}^n \|a_i\|$  für eine  $n \times n$ -Matrix  $A$  mit Spalten  $a_1, \dots, a_n$  (wobei  $\|\cdot\| : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  wieder die gewöhnliche Euklidische Norm ist). (2 Punkte)

**Abgabe: Dienstag, 24. Mai, 2022, vor der Vorlesung im Hörsaal.**