Wintersemester 2007/08
Prof. Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

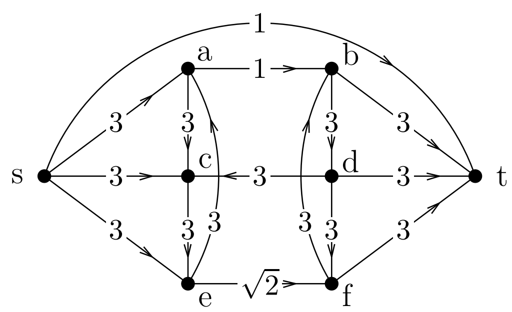
Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik

10. Übung

1. Sei (G, u, s, t) ein Flußnetzwerk, und seien $\delta^+(X)$ und $\delta^+(Y)$ minimale s-t-Schnitte in (G, u). Zeige, daß dann auch $\delta^+(X \cap Y)$ und $\delta^+(X \cup Y)$ minimale s-t-Schnitte in (G, u) sind. (4 Punkte)

2. Der Algorithmus von Ford-Fulkerson terminiert für irrationale Kapazitäten nicht notwendigerweise, und der Wert der berechneten Flüsse konvergiert nicht notwendigerweise gegen das Optimum.

   Zum Nachweis eignen sich im nebenstehenden Netzwerk die Pfade $p_1 :=$ sabdceft, $p_2 :=$ sefbacdt und $p_3 :=$ scdfeabt in der Reihenfolge p_1, p_2, p_3, p_2 beliebig oft nacheinander. (4 Punkte)

3. Sei (G, u, s, t) ein Netzwerk, so daß $G - t$ eine Arboreszenz ist. Zeige, daß man in linearer Zeit einen maximalen s-t–Fluß finden kann. (4 Punkte)

4. Sei G ein gerichteter Graph mit unteren und oberen Kapazitäten $l, u : E(G) \to \mathbb{R}_+$ für $e \in E(G)$. Zeige, daß es genau dann eine Zirkulation f mit $l(e) \leq f(e) \leq u(e)$ für alle $e \in E(G)$ gibt, wenn

$$\sum_{e \in \delta^-(X)} l(e) \leq \sum_{e \in \delta^+(X)} u(e) \quad \text{für alle } X \subseteq V(G)$$

   gilt. (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 15.1.2008, **vor** der Vorlesung.