

## Einführung in die Diskrete Mathematik

## 12. Übung

1. Zeigen Sie, daß das (GERICHTETE oder UNGERICHTETE) KANTENDISJUNKTE-WEGE-PROBLEM auf Instanzen, in denen  $G + H$  Eulersch ist und  $H$  nur aus zwei Mengen von parallelen Kanten besteht, in polynomieller Zeit lösbar ist. (4 Punkte)

2. Beweisen Sie folgenden Satz: Eine Instanz  $(G, H, u, b)$  des UNGERICHTEN MULTICOMMODITY-FLOW-PROBLEMS mit  $|E(H)| = 2$  hat genau dann eine Lösung, wenn für alle  $X \subseteq V(G)$  gilt:

$$\sum_{e \in \delta_G^+(X)} u(e) \geq \sum_{f \in \delta_H(X)} b(f).$$

(4 Punkte)

3. In der Vorlesung wurde folgender Satz bewiesen:

Sei  $G$  ein gerichteter Graph und  $H$  ein ungerichteter Graph mit  $V(G) = V(H)$ . Dann gilt: Es gibt genau dann eine Orientierung  $H'$  von  $H$ , so daß  $G + H'$  Eulersch sind, wenn die beiden folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- $|\delta_G^+(v)| + |\delta_G^-(v)| + |\delta_H(v)|$  ist gerade für jedes  $v \in V(G)$  und
- $|\delta_G^+(X)| - |\delta_G^-(X)| \leq |\delta_H(X)|$  für alle  $X \subseteq V(G)$ .

Zeigen Sie, wie man diesen Satz unter Benutzung von Netzwerk-Fluß-Methoden beweisen kann. (4 Punkte)

4. Sei  $(G, H)$  ein Instanz des UNGERICHTETEN KANTENDISJUNKTE-WEGE PROBLEMS, wobei  $G$  keine Kreise mit mehr als zwei Kanten enthalte. Zeigen Sie, daß  $(G, H)$  genau dann eine Lösung besitzt, wenn das Schnittkriterium erfüllt ist. (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 26.1.2010, **vor** der Vorlesung.