Wintersemester 2012/13
Prof. Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
13. Übung

1. Wir betrachten ein Verfahren, das aus dem SUKZESSIVE-KÜRZESTE-WEGE-ALGORITHMUS entsteht, indem man zwei Änderungen durchführt:

   - Man augmentiert stets um $\gamma' := \min\Big\{ \min_{e \in E(P)} u_f(e), \quad \max\{b'(s), -b'(t)\}\Big\}$.
   - Der s-t-Weg P wird so ausgewählt, daß der zugehörige γ'-Wert maximal ist.

   Zeigen Sie, daß dieser Algorithmus ebenfalls nach höchstens $\frac{1}{2}\sum_{v \in V(G)} |b(v)|$ Augmentierungen terminiert. Zeigen Sie außerdem durch ein Beispiel, daß er mehr Augmentierungen benötigen kann als der (unveränderte) SUKZESSIVE-KÜRZESTE-WEGE-ALGORITHMUS. (4 Punkte)

2. Betrachten Sie das folgende Problem: Gegeben sei ein stark zusammenhängender gerichteter Graph G mit nichtnegativen reellen Kantengewichten c. Gesucht ist eine Abbildung $f : E(G) \to \mathbb{N} \setminus \{0\}$, so daß der Graph, der $f(e)$ Kopien von jedem $e \in E(G)$ und $V(G)$ als Knotenmenge enthält, Eulersch ist. Dabei soll $\sum_{e \in E(G)} c(e)f(e)$ minimiert werden. Man gebe einen polynomiellen Algorithmus für dieses Problem an. (4 Punkte)

3. Man beschreibe eine Turingmaschine mit Alphabet $\{0, 1, \#\}$, die zwei binäre Strings vergleicht: Der Input bestehe aus einem String $a\#b$ mit $a, b \in \{0, 1\}^*$, und der Output sei 1 für $a = b$ und 0 für $a \neq b$. (4 Punkte)

4. Zeigen Sie, daß 2SAT, also die Einschränkung des SATISFIABILITY-Problems auf Instanzen, in denen jede Klausel höchstens zwei Literale hat, in polynomieller Zeit lösbar ist. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 24.1.2013, vor der Vorlesung.