Wintersemester 2014/15
Prof. Dr. J. Vygen
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
1. Übung

1. Welche ungerichteten Graphen haben eine Orientierung G, für die Bedingung (a) bzw. (b) gilt?

   (a) $|\delta^+(v)| - |\delta^-(v)| \in \{-1, 0, 1\}$ für alle $v \in V(G)$;

   (b) $|\delta^+(X)| - |\delta^-(X)| \in \{-1, 0, 1\}$ für alle $X \subseteq V(G)$.

   Die Antworten zu (a) und (b) können natürlich verschieden ausfallen. Begründen Sie sie! (3+3 Punkte)

2. Sei G ein gerichteter Graph, der für alle $v, w \in V(G)$ genau einen v-w-Weg enthält. Zeigen Sie, dass G eulersch ist. (4 Punkte)

3. An einem Tennisturnier nehmen genau n Spieler teil. Jeder spielt genau einmal gegen jeden anderen. Es gibt keine Unentschieden. Am Ende soll eine Rangliste der Spieler aufgestellt werden, d.h. eine Nummerierung mit $s_1, \ldots, s_n$, und zwar so, dass s_i gegen s_{i+1} gewonnen hat für alle $i = 1, \ldots, n-1$.

   (a) Man zeige, dass dies immer möglich ist.

   (b) Man finde einen Algorithmus, der die Ergebnisliste als Eingabe bekommt und eine solche Rangliste in $O(n^k)$ Rechenschritten bestimmt, wobei k eine Konstante sei. Wie klein kann k gewählt werden? (2+3 Punkte)

4. Man kann Eulers Algorithmus auf einen beliebigen (gerichteten oder ungerichteten, nicht notwendigerweise zusammenhängenden oder eulerschen) Graphen anwenden. Man zeige, dass die berechnete Folge W dann genau diejenigen Knoten enthält, die vom ersten Knoten aus erreichbar sind. (5 Punkte)
   Korrektur: Um dieses Ergebnis zeigen zu können, muss man in Eulers Algorithmus die Schleife für i von 1 bis k statt von 2 bis k laufen lassen.

Abgabe: Donnerstag, den 16.10.2014, **vor** der Vorlesung.