

Einführung in die Diskrete Mathematik

3. Übung

1. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:
 - (a) Ein ungerichteter Graph ist genau dann 2-fach kantenzusammenhängend, wenn er mindestens zwei Knoten und eine Ohrenzerlegung hat.
 - (b) Ein gerichteter Graph ist genau dann stark zusammenhängend, wenn er eine Ohrenzerlegung hat.
 - (c) Die Kanten eines ungerichteten Graphen G mit mindestens zwei Knoten können genau dann so orientiert werden, dass der resultierende gerichtete Graph stark zusammenhängend ist, wenn G 2-fach kantenzusammenhängend ist. (2+2+2 Punkte)

2. Sei n eine natürliche Zahl. Zeigen Sie, dass es genau $(n + 1)^{n-1}$ Branchings auf der Knotenmenge $\{1, \dots, n\}$ gibt. (2 Punkte)

3.
 - a) Zeigen Sie, dass es Folgen von Heap-Operationen gibt, so dass in einem Fibonacci-Heap die maximale Pfadlänge in einer Arboreszenz $\Theta(n)$ ist, wenn n die Zahl der Elemente ist.
 - b) Zeigen Sie, dass zwei Fibonacci-Heaps mit n_1 und n_2 Elementen in $O(\log(n_1 + n_2))$ Zeit verschmolzen werden können. Das Ergebnis soll also ein Fibonacci-Heap sein, der alle $n_1 + n_2$ Elemente enthält. (2+2 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 30.10.2014, vor der Vorlesung.