

## Einführung in die Diskrete Mathematik

### 3. Übung

1. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:
  - (a) Ein ungerichteter Graph ist genau dann 2-fach kantenzusammenhängend, wenn er mindestens zwei Knoten und eine Ohrenzerlegung hat.
  - (b) Ein gerichteter Graph ist genau dann stark zusammenhängend, wenn er eine Ohrenzerlegung hat.
  - (c) Die Kanten eines ungerichteten Graphen  $G$  mit mindestens zwei Knoten können genau dann so orientiert werden, dass der resultierende gerichtete Graph stark zusammenhängend ist, wenn  $G$  2-fach kantenzusammenhängend ist. (2+2+2 Punkte)
2. Sei  $n$  eine natürliche Zahl. Zeigen Sie, dass es genau  $(n + 1)^{n-1}$  Branchings auf der Knotenmenge  $\{1, \dots, n\}$  gibt. (2 Punkte)
3.
  - a) Zeigen Sie, dass es Folgen von Heap-Operationen gibt, so dass in einem Fibonacci-Heap die maximale Pfadlänge in einer Arboreszenz  $\Theta(n)$  ist, wenn  $n$  die Zahl der Elemente ist.
  - b) Zeigen Sie, dass zwei Fibonacci-Heaps mit  $n_1$  und  $n_2$  Elementen in  $O(\log(n_1 + n_2))$  Zeit verschmolzen werden können. Das Ergebnis soll also ein Fibonacci-Heap sein, der alle  $n_1 + n_2$  Elemente enthält. (2+2 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 30.10.2014, vor der Vorlesung.