Wintersemester 2014/15
Prof. Dr. J. Vygen
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
7. Übung

1. Zeigen Sie, dass der Wert eines blockierenden s-t-Flusses in einem Netzwerk (G, u, s, t) mit azyklischem Digraphen G höchstens um den Faktor $|V(G)|$ kleiner ist als der Wert eines maximalen Flusses. Zeigen Sie außerdem, dass diese Schranke bis auf einen konstanten Faktor bestmöglich ist. (4 Punkte)

2. Sei (G, u, s, t) ein Netzwerk. Man nenne einen s-t-Präfluss f in (G, u) maximal, wenn $\mathrm{ex}_f(t)$ maximal ist.

   (a) Man zeige, dass es für jeden maximalen s-t-Präfluss f einen maximalen s-t-Fluss f' mit $f'(e) \le f(e)$ für alle $e \in E(G)$ gibt.

   (b) Man zeige, wie man in $O(nm)$ Zeit einen maximalen s-t-Präfluss in einen maximalen s-t-Fluss umwandeln kann. (2+2 Punkte)

3. Sei (G, u, s, t) ein Netzwerk, $n = |V(G)|$, f ein s-t-Präfluss in (G, u) und ψ eine Distanzmarkierung bezüglich f mit $\psi(v) \le 2n$ für alle $v \in V(G)$. Sei $\psi'(v) := \min\{\mathrm{dist}_{G_f}(v, t), n + \mathrm{dist}_{G_f}(v, s), 2n\}$ für alle $v \in V(G)$.
   Zeigen Sie: ψ' ist eine Distanzmarkierung bezüglich f, und es gilt $\psi(v) \le \psi'(v)$ für alle $v \in V(G)$. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 27.11.2014, vor der Vorlesung.