Wintersemester 2014/15 | Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Prof. Dr. J. Vygen | Universität Bonn
Dr. U. Brenner

Einführung in die Diskrete Mathematik
13. Übung

1. Beweisen Sie, dass folgende Entscheidungsprobleme in *NP* sind:

   (a) Gegeben seien ein zusammenhängender ungerichteter Graph G, Kantengewichte $c : E(G) \to \mathbb{Z}_+$ und eine natürliche Zahl k. Gibt es einen aufspannenden Subgraphen H von G mit $|E(H)| \leq k$ und Gewichte $c' : E(H) \to \mathbb{R}_+$, so dass

   $$\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{dist}_{(G,c)}(s,t) \leq \operatorname{dist}_{(H,c')}(s,t) \leq \sqrt{2} \operatorname{dist}_{(G,c)}(s,t)$$

   für alle $s, t \in V(G)$ gilt?

   (b) Gegeben seien eine natürliche Zahl n und natürliche Zahlen a_i, b_i für $i = 1, \ldots, n$. Kann man n Quadrate mit Kantenlängen $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \ldots, \frac{a_n}{b_n}$ achsenparallel in das Einheitsquadrat packen? Die Quadrate dürfen sich dabei berühren, aber nicht überlappen. (4+4 Punkte)

2. Man beweise: Ist $\mathcal{P} \in NP$, so gibt es ein Polynom p, so dass für $\mathcal{P}$ ein Algorithmus mit Laufzeit $O(2^{p(n)})$ existiert, wobei n die Länge der Eingabe sei. (4 Punkte)

3. Betrachten Sie 3-Occurrence-Sat, d.h. Satisfiability eingeschränkt auf Instanzen, in denen jede Klausel höchstens drei Literale enthält und jede Variable in höchstens drei Klauseln vorkommt. Man beweise, dass dieses Problem *NP*-vollständig ist. (4 Punkte)

4. Man zeige, daß es *NP*-schwer ist zu entscheiden, ob eine gegebene Satisfiability-Instanz von der Mehrzahl aller Wahrheitsbelegungen der verwendeten Variablen erfüllt wird. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 22.1.2015, vor der Vorlesung.