

Algorithmische Mathematik I

2. Übung

1. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Für alle Funktionen $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ gilt: $f = O(g) \Leftrightarrow g = \Omega(f)$.

(b) Für alle Funktionen $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ gilt: $f = O(g)$ oder $f = \Omega(g)$.

(c) Für alle Funktionen $f, g, h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ mit $f = O(g)$ und $g = O(h)$ gilt $f = O(h)$.
(2+2+2 Punkte)

2. Beweisen Sie $\log(n!) = \Theta(n \log n)$ und $(\log n)^k = O(n^{\frac{1}{l}})$ für alle $k, l \in \mathbb{N}$. (5 Punkte)

3. Zeigen Sie, dass $2^{\mathbb{N}}$, die Potenzmenge von \mathbb{N} , überabzählbar ist. (4 Punkte)
Hinweis: Verfahren Sie ähnlich wie im Beweis von Satz 1.22 der Vorlesung.

4. Sei A eine nichtleere endliche Menge. Geben Sie eine injektive Abbildung $f : A^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ an, so dass für alle $k \in \mathbb{N}$ und alle $w \in A^k$ der Funktionswert $f(w)$ Länge $O(k)$ hat. Damit ist gemeint, dass die Funktion $k \mapsto \max\{l \in \mathbb{N} \cup \{0\} \mid \exists w \in A^k : f(w) \in \{0, 1\}^l\}$ in $O(k \mapsto k)$ liegt. (5 Punkte)

Öffnungszeiten des Help Desks: Dienstags, 13 – 16 Uhr und donnerstags, 10 – 13 Uhr, jeweils in Raum N1.002, Endenicher Allee 60, Nebengebäude.

Abgabe: Montag, den 31.10.2016, vor der Vorlesung.