

Algorithmische Mathematik I

13. Übung

1. Betrachten Sie die folgende Variante des Moore-Bellman-Ford-Algorithmus: Nummeriere die Knoten des gegebenen Graphen G in einer beliebigen Reihenfolge, es sei also $V(G) = \{v_1, \dots, v_n\}$. Betrachte nun in jeder Iteration die Kanten in folgender Reihenfolge: Durchlaufe die Knoten von v_1 nach v_n und betrachte für jeden dabei besuchten Knoten v_i alle Kanten $(v_i, v_j) \in E(G)$ mit $i < j$, um $l(v_j)$ neu zu setzen. Durchlaufe anschließend alle Knoten von v_n nach v_1 und betrachte für jeden dabei besuchten Knoten v_i alle Kanten $(v_i, v_j) \in E(G)$ mit $j < i$, um $l(v_j)$ neu zu setzen. Zeigen Sie, dass, wenn man in jeder Iteration alle Kanten in dieser Reihenfolge betrachtet, $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ Iterationen ausreichend sind. (5 Punkte)
2. Es sei G ein gerichteter Graph und $c : E(G) \rightarrow \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass c genau dann konservativ ist, wenn es eine Abbildung $\pi : V(G) \rightarrow \mathbb{R}$ gibt, so dass für alle Kanten $e = (v, w) \in E(G)$ gilt: $c(e) + \pi(v) - \pi(w) \geq 0$. (5 Punkte)
3. Ein Graph heißt *k-regulär*, wenn jeder Knoten Grad k hat. Man beweise, dass ein ungerichteter k -regulärer bipartiter Graph k paarweise disjunkte perfekte Matchings besitzt. Man folgere daraus, dass die Kantenmenge eines ungerichteten bipartiten Graphen mit maximalem Grad k in höchstens k Matchings partitioniert werden kann. (5 Punkte)
4. Implementieren Sie den Moore-Bellman-Ford-Algorithmus. Ihre Implementierung soll eine Laufzeit von $O(mn)$ erreichen, wobei n die Knotenzahl und m die Kantenanzahl des gegebenen Graphen sei. Die Schnittstelle des Verfahrens soll so aussehen:

```
Graph Moore_Bellman_Ford(const Graph & g, Graph::NodeId start_nodeid)
```

Als Hauptprogramm können Sie den Aufruf von Dijkstras Algorithmus in Programm 9.8 entsprechend anpassen. Sie können voraussetzen, dass in dem gegebenen Graphen vom Startknoten 0 aus alle anderen Knoten erreichbar sind. (5 Punkte)

Abgabe: Montag, den 21.1.2019, bis 10:12 Uhr.

Öffnungszeiten des Help Desks:

Montags, 16 – 19 Uhr und freitags, 12 – 15 Uhr, jeweils in Raum N1.002, Endenicher Allee 60, Nebengebäude.

www.mathematics.uni-bonn.de/files/bachelor/help-desk.pdf

Zusätzlich gibt es ab sofort einen **Help Desk für Programmierfragen**, und zwar immer freitags, 8 – 10 Uhr und 12 – 16 Uhr, im PC-Pool in der Wegelerstraße 6, Raum E02 (Hochschulrechenzentrum).