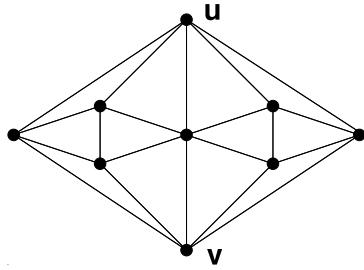


## Kombinatorik, Graphen, Matroide

### 8. Übung

1. Zeigen Sie, dass es brückenfreie planare Graphen  $G$  mit  $\Delta(G) = 3$  und  $\chi'(G) = 4$  gibt. (3 Punkte)
2. Sei  $G$  ein ungerichteter, nicht vollständiger Graph. Zeigen Sie, dass es dann eine Partition  $V(G) = V_1 \dot{\cup} V_2$  gibt, so dass  $\chi(G[V_1]) + \chi(G[V_2]) > \chi(G)$  gilt. (4 Punkte)
3. Betrachten Sie den folgenden Graph:



- (a) Geben Sie Farblisten für die Knoten an, die für  $u$  und  $v$  aus je einem Element und für alle anderen Knoten aus je vier Elementen bestehen, so dass es für diese Listen keine zulässige Listenfärbung gibt.
- (b) Folgern Sie aus (a), dass es planare Graphen gibt, deren listenchromatische Zahl größer als vier ist. (3+2 Punkte)
4. Es sei  $G$  ein einfacher ungerichteter Graph mit Farblisten  $C_v$  (für alle Knoten  $v \in V(G)$ ) mit jeweils genau  $\Delta(G)$  Elementen. Für je zwei Knoten  $v, w \in V(G)$  gelte  $C_v \cap C_w \neq \emptyset$ . Außerdem gebe es zwei Knoten  $x$  und  $y$ , die nicht benachbart sind, aber einen gemeinsamen Nachbarn haben, und für die  $G - \{x, y\}$  zusammenhängend sei. Zeigen Sie, dass es dann eine zulässige Listenfärbung  $c : V(G) \rightarrow \bigcup_{v \in V(G)} C_v$  gibt. (4 Punkte)