

Kombinatorik, Graphen, Matroide

10. Übung

1. Berechnen Sie für $x \neq 1$ die folgende Ausdrücke durch die Methode „Isolieren der Terme“ (d.h. finden Sie eine Darstellung, die eine Auswertung mit einer konstanten Anzahl von Rechenoperationen erlaubt):
 - (a) $\sum_{k=1}^n kx^k$
 - (b) $\sum_{k=1}^n k^2x^k$

(2+2 Punkte)
2. Es sei $T_0 = 0$, $T_1 = 1$ und $T_n = -3T_{n-1} - 2T_{n-2}$ für $n > 1$. Geben Sie durch die Wahl geeigneter Summationsfaktoren eine Formel zu direkten Berechnung von T_n an. (4 Punkte)
3. Zeigen Sie mittels partieller Summation, wie $\sum_{k=1}^n H_k^2$ mit einer konstanten Anzahl von Rechenoperationen aus H_n und n berechnet werden kann. (4 Punkte)
4. Bestimmen Sie die Zusammenhangskoeffizienten der Basen $\{x^n\}$ und $\{x^{\bar{n}}\}$, d.h. finden Sie Zahlen $a_{n,k}$ und $b_{n,k}$ (für $n, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$), so dass für alle $n, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ gilt:

$$x^n = \sum_{k=0}^n a_{n,k} \cdot x^k \quad \text{und}$$

$$x^{\bar{n}} = \sum_{k=0}^n b_{n,k} \cdot x^{\bar{k}}$$

(4 Punkte)

Hinweis: Benutzen Sie, dass für komplexes x und y und $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ die Vandermonde-Identität gilt, also

$$\binom{x+y}{n} = \sum_{k=0}^n \binom{x}{k} \binom{y}{n-k}.$$

Abgabe: Donnerstag, den 20.1.2022, vor der Vorlesung (im Hörsaal)

Veranstaltungshinweis der Gleichstellungs-AG:

Am 15.01.2022 von 15:00 bis 17:30 Uhr laden wir alle Mathematik- und Informatikstudentinnen¹ zu einem Online-Event zum Thema “Netzwerke und Karrierewege” ein. Hier geht’s zur Anmeldung: <http://www.hcm.uni-bonn.de/networking-career-paths/>

¹Es sind alle Personen eingeladen, die weiblich, intersexuell, nicht-binär, transgender oder agender sind.