

Kombinatorik, Graphen, Matroide

11. Übung

1. Für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ sei $\Lambda(n)$ die Zahl der ungerichteten Graphen auf der Knotenmenge $\{1, \dots, n\}$, in denen kein Knoten Grad 0 hat. Geben Sie eine Formel zur Berechnung von $\Lambda(n)$ an.
2. Berechnen Sie die erzeugende Funktion der harmonischen Zahlen.
Hinweis: Benutzen Sie die aus der Analysis bekannte Gleichung $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{n+1} z^n}{n} = \log(1 + z)$.
3. Für Konstanten $b, c, d \in \mathbb{R}$ sei die Folge $(a_n)_{n \geq 0}$ gegeben durch $a_n = ba_{n-1} + cd^{n-1}$ für $n \geq 1$ und $a_0 = 0$. Finden Sie eine geschlossene Formel zur Berechnung der Folgenglieder.
4. Bestimmen Sie die Zahl y_n der Wörter der Länge n über dem Alphabet $\{1, 2, 3\}$, die eine gerade Anzahl von Einsen und eine ungerade Anzahl von Zweien enthalten.
Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 3.