

Einführung in die Diskrete Mathematik

3. Übung

1. Betrachten Sie folgendes Problem: Gegeben seien ein ungerichteter zusammenhängender Graph G mit Kantengewichten $c : E(G) \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$, ein Knoten $v_0 \in V(G)$ und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$ mit $k \leq |\delta_G(v_0)|$. Gesucht ist ein aufspannender Baum T in G , so dass v_0 in T mindestens Grad k hat, der unter allen aufspannenden Bäumen in G , in denen v_0 mindestens Grad k hat, minimales Gewicht hat. Geben Sie einen Algorithmus mit polynomieller Laufzeit an, der dieses Problem löst. (5 Punkte)
2. Sei T ein kostenminimaler aufspannender Baum für einen ungerichteten Graphen G mit nicht-negativen Kantengewichten. G' entstehe aus G , indem ein neuer Knoten s hinzugefügt wird, der mit jedem Knoten aus $V(G)$ durch eine (ebenfalls gewichtete) Kante verbunden ist. Zeigen Sie, wie man aus T und G' in linearer Laufzeit einen kostenminimalen aufspannenden Baum für G' berechnen kann. (5 Punkte)
3. Betrachten Sie eine Union-Find-Struktur, in der zuerst m MAKESET-Operationen, dann u UNION-Operationen, jeweils mit gegebenen Repräsentanten der beteiligten Mengen, und anschließend f FIND-Operationen durchgeführt werden. Zeigen Sie, dass diese Operationen, wenn man Union-By-Depth und Wege-Komprimierung benutzt, in Zeit $O(m + u + f)$ durchgeführt werden können. (5 Punkte)
4. Betrachten Sie die folgende Version einer Union-Find-Struktur: An jedem Repräsentanten einer Menge wird die Größe der repräsentierten Menge gespeichert. Wenn zwei Mengen vereinigt werden, sucht man erst die beiden Repräsentanten x und y der Mengen. Ohne Einschränkung repräsentiere x die größere der beiden Mengen (den Fall gleichgroßer Knotenmengen kann man beliebig behandeln). Dann wird x Repräsentant der vereinigten Menge, indem x der PARENT von y wird. Die Funktion FIND wird wie in der Vorlesung in UNION-BY-BRANCHING realisiert. Zeigen Sie, dass ein Aufruf von FIND(z) für jedes Element z höchstens Laufzeit $O(\log n)$ hat, wobei n die Zahl aller Elemente sei. (5 Punkte)

Sie finden den aktuellen Übungszettel stets auf der Übungs-Seite der Vorlesung:
http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ws25/edm_uebung_ws25.html

Abgabe: Donnerstag, den 13.11.2025, 16:00 Uhr über die eCampus-Seite der eigenen Übungsgruppe.

https://ecampus.uni-bonn.de/goto_ecampus_crs_3864991.html